כפל מקוצר - נוסחאות לתיכון וקצת יותר

גיא רוטנברג - http://www.sikumuna.co.il

אפריל 2006

הנוסחאות לכפל מקוצר הינן נוסחאות פשוטות שנועדו לקצר מגוון תהליכים כאשר מבצעים פישוטים בעזרתם.

סימונים: a,b הם מספרים ממשיים כלשהם, n הוא מספר טבעי.

1 נוסחאות לתיכון

$$\begin{aligned}(a \pm b)^2 &= a^2 \pm 2ab + b^2 \\ a^2 - b^2 &= (a+b)(a-b)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(a+b)^3 &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\ a^3 \mp b^3 &= (a\mp)(a^2 \pm ab + b^2)\end{aligned}$$

2 רמה קצת יותר גבוהה

הנוסחאות שהופיעו בחלק 1 הן מקרים פרטיים של שתי נוסחאות כלליות יותר.

$$\begin{aligned}(a+b)^n &= a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \cdots + \binom{n}{1}ab^{n-1} + b^n && (1) \\ &= \sum_{i=0}^{n}\binom{n}{i}a^{n-i}b^i \\ a^n - b^n &= (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \cdots + ab^{n-2} + b^{n-1}) && (2) \\ &= (a-b)\sum_{i=0}^{n-1}a^ib^{n-1-i}\end{aligned}$$

שיווין 1 ידוע בכינוי "הבינום של ניוטון" המקדמים בו מכונים מקדמים בינומיים וערכם ניתן על ידי $\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$.

שיווין מס' 2 מספק עבור חזקות שליליות גם נוסחה לחיבור איברים בחזקת n כיוון שניתן להציב $a^n + b^n = a^n - (-b)^n$ עבור n אי-זוגי.