

שאלה 2 (בדיקה 1-2, סדר העמוד)

(א) עד כמה תת-רשימה באורך k , מין-הכנסה $\Theta(k^2)$ עבור n/k התת-רשימות, זמן הריצה יהיה

$$(n/k) \cdot \Theta(k^2) = \Theta(n \cdot k)$$

(ב) נתון בעץ הריקוסיה של האלמנטים; בכל אב i , $q_i(n/k)$, $i=0,1,\dots$, קיימת $n/2^i$ תת-רשימות באורך $2^i \cdot k$ כל אחת.

בכל אב i , $q_i(n/k)$, $i=1,2,\dots$, ממציים (בזמנים) את $n/(2^i \cdot k)$ התת-רשימות לבאב $i-1$ ומקבלים את $n/(2^i \cdot k)$ התת-רשימות לבאב i ; זמן הריצה יהיה

$$n/(2^i \cdot k) \cdot \Theta(2^i \cdot k) = \Theta(n)$$

$$\text{לכל } q_i(n/k) \text{ זמנים המיוצג מתקבל זמן הריצה הכולל}$$

$$q_i(n/k) \cdot \Theta(n) = \Theta(n \cdot q_i(n/k))$$

(ג) כדי לשמור הריצה של הבעיה החדשה של מין-מיוצג יהיה ללא $\Theta(n \cdot k)$ של מין-מיוצג הריצה, חייב להתקיים התנאי $\Theta(n \cdot q_i(n/k)) = n \cdot k + n \cdot q_i(n/k)$. זה קורה אם ורק אם מתקיים אחד משני התנאים הבאים (לפחות):

$$n \cdot k = \Theta(n \cdot q_i(n/k)) \quad \text{או} \quad q_i(n/k) = \Theta(n \cdot k)$$

התנאי הראשון מתקיים אם k קטן; השני מתקיים אם $k = \Theta(n \cdot q_i(n/k))$. לכן, הערך האינסופי הקרוב של k הוא $k = \Theta(n \cdot q_i(n/k))$.

(ד) זמן הריצה של האלמנטים נתון ע"י הביטוי:

$$T(n,k) = A \cdot n \cdot k + B \cdot n \cdot q_i(n/k)$$

$$= A \cdot n \cdot k + B \cdot n \cdot q_i(n/k) - B \cdot n \cdot q_i(n/k)$$

כאשר A ו- B הם קבועים חיוביים המאפיינים את שני השלבים של האלמנטים. מתעורר הרעיון מתקדם:

$$\frac{\partial T(n,k)}{\partial k} = A \cdot n - B \cdot (n/k) / \ln 2$$

$$\frac{\partial T(n,k)}{\partial k} = 0 \Rightarrow k = B/(A \ln 2)$$

התוצאה השלישית נובעת:

$$\frac{\partial^2 T(n,k)}{\partial k^2} = B \cdot n / (k^2 \ln 2) > 0$$

לכן $k = B/(A \ln 2)$ מצביע מינימום (יחסית ל- k) של הפונקציה $T(n,k)$. מסקנה: אם באפשרותך להקטין את הקבועים A ו- B , עדיף לבחור את הערך $k = B/(A \ln 2)$.