

## דף נוסחאות - טריגונומטריה

גיא רוטנברג - <http://www.sikumuna.co.il>

סיכומנה - אתר הסיכומים החופשי

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$$
$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$$

זהויות יסוד

$$\sin \alpha = \cos(90^\circ - \alpha) \quad \tan \alpha = \cot(90^\circ + \alpha)$$
$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$$
$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha \quad \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \cot \alpha$$
$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \quad 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

### נוסחאות הזיכור

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$
$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$
$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$
$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

סכום והפרש זוויות

### נוסחאות ההפרדה

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$$
$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$
$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta}$$

זווית כפולה

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$$
$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$$
$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)]$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$
$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

### נוסחאות להורדת מעלה

חצי זווית

$$2 \sin^2 \alpha = 1 - \cos 2\alpha$$
$$2 \cos^2 \alpha = 1 + \cos 2\alpha$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$$

$$\cos \alpha = \frac{t}{\sqrt{1+t^2}}$$

$$\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{t}}$$

זהויות שימושיות

$$\tan \alpha + \tan \beta = \tan(\alpha + \beta)(1 - \tan \alpha \tan \beta)$$

$$\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta = \sin(\alpha + \beta) \sin(\alpha - \beta)$$

פתרון משוואות

זוויות משולשת

$$\sin x = \sin y$$

$$\Downarrow$$

$$x = y + 360^\circ k \quad \text{or} \quad x = 180^\circ - y + 360^\circ k$$

$$\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$$

$$\cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha$$

$$\cos x = \cos y$$

$$\Downarrow$$

$$x = 360^\circ k \pm y$$

$$\tan x = \tan y$$

$$\Downarrow$$

$$x = y + 180^\circ k$$

הצגת הפונקציות הטריגוטריות על ידי פונ-קציה טריגונומטרית אחת

הצגה באמצעות סינוס -  $t = \sin \alpha$

$$\cos \alpha = \sqrt{1-t^2}$$

$$\tan \alpha = \frac{t}{\sqrt{1-t^2}}$$

$$\cot \alpha = \frac{\sqrt{1-t^2}}{t}$$

הצגה באמצעות קוסינוס -  $t = \cos \alpha$

$$\sin \alpha = \sqrt{1-t^2}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sqrt{1-t^2}}{t}$$

$$\cot \alpha = \frac{t}{\sqrt{1-t^2}}$$

הצגה באמצעות טנגנס -  $t = \tan \alpha$

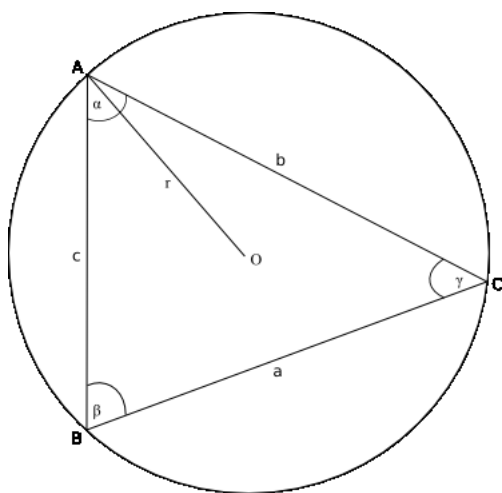
$$\sin \alpha = \frac{t}{\sqrt{1+t^2}}$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}$$

$$\cot \alpha = \frac{1}{t}$$

הצגה באמצעות קוטנגנס -  $t = \cot \alpha$

$$\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}$$



**משפט הקוסינוסים**

במשולש שאורך צלעותיו הן a,b,c והזווית שמול צלע a היא  $\alpha$  מתקיים

חרוט

$$\begin{aligned} M &= \pi Rl \\ S &= \pi R^2 \\ P &= S + M \\ V &= \frac{Sh}{3} \\ l^2 &= R^2 + h^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha \\ b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta \\ c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma \end{aligned}$$

**משפט הסינוסים**

אם r הוא הרדיוס של המעגל החוסם את המשולש אז מתקיים

גליל

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r$$

$$\begin{aligned} S &= \pi R^2 \\ p &= 2\pi R \\ M &= ph \\ P &= M + 2S \\ V &= \frac{Sh}{3} \end{aligned}$$

**נוסחאות לשטח של משולש**

$$\begin{aligned} S &= \frac{ab \sin \gamma}{2} = \frac{bc \sin \alpha}{2} = \frac{ac \sin \beta}{2} \\ S &= \frac{a^2 \sin \beta \sin \gamma}{2 \sin \alpha} = \frac{b^2 \sin \alpha \sin \gamma}{2 \sin \beta} = \frac{c^2 \sin \alpha \sin \beta}{2 \sin \gamma} \\ S &= 2R^2 \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma \end{aligned}$$

**מנסרה ישרה**

$$V = Sh$$

**הנדסת המרחב**

גובה - h  
 שטח הבסיס - S  
 נפח - V  
 שטח המעטפת - M  
 שטח פנים - P  
 היקף בסיס - p  
 רדיוס - R  
 הקו היוצר - l

**פרמידה ישרה**

$$\begin{aligned} P &= S + M \\ V &= \frac{Sh}{3} \end{aligned}$$